

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ИНСТИТУТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ  
ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2025 година

Ключ с верните отговори

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	Б	4
2	Г	4
3	В	4
4	А	4
5	Б	4
6	Г	4
7	Б	4
8	В	4
9	В	4
10	В	4
11	Г	4
12	Б	4
13	А	4
14	А	4
15	В	4
16 А)	$x_1 = -2; x_2 = 1; x_3 = -5; x_4 = 4$	<b>10 точки</b>
16 Б)	$x \in (-\infty; -3] \cup (-2; 2) \cup [3; +\infty)$	<b>8 точки</b>
16 В)	Корените на уравнението $x^2 - 5x + 4 = 0$ са $-5; 1; 4$ са решения на неравенството. Коренът $-2$ не е решение.	<b>2 точки</b>
17 А)	Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е $60\sqrt{3}$ m.	<b>6 точки</b>
17 Б)	Дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата, тъй като $60\sqrt{3} > 100$ .	<b>4 точки</b>
17 В)	Дължините на допълнителните греди в точките $C$ и $D$ са съответно $3,5$ m и $2,75$ m.	<b>10 точки</b>

Предложените решения на задачи с номера 16. и 17. са примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява с максимален брой точки. При оценяване на непълно решение, различно от предложените, се присъждат точки според получените междинни резултати.

**Задача 16.** Примерно решение:

$$A) (x^2 + x)^2 - 22(x^2 + x) + 40 = 0$$

Полагаме  $y = x^2 + x$ .

$$y^2 - 22y + 40 = 0$$

$$D = 11^2 - 40 = 121 - 40 = 81$$

$$y_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{1} = 11 \pm 9$$

$$y_1 = 11 - 9 \text{ или } y_2 = 11 + 9$$

$$y_1 = 2 \quad y_2 = 20$$

От  $y = x^2 + x$  следва, че:

$$x^2 + x = 2 \quad \text{или} \quad x^2 + x = 20$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad x^2 + x - 20 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = 1 \quad x_3 = -5; x_4 = 4$$

$$x \in \{-5; -2; 1; 4\}$$

$$B) \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\begin{cases} (x-3)(x+3)(x-2)(x+2) \geq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup (-2; 2) \cup [3; +\infty)$$

В) Коренът  $-2$  не е решение на неравенството.

Корените на уравнението  $-5; 1; 4$  са решения на неравенството.

**Задача 17. Примерно решение:**

А) Къщите са разположени в трите върха на равностранен триъгълник със страна 180 m.

Кладенецът е в центъра на описаната около равностранния триъгълник окръжност.

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е дължината на радиуса  $R$  на описаната около триъгълника окръжност.

$$2R = \frac{AB}{\sin 60^\circ} \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin 60^\circ} = \frac{180}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{180}{\sqrt{3}} = \frac{180 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{180 \cdot \sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = 60\sqrt{3} \text{ m}$$

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е  $60\sqrt{3}$  m.

Б) Разстоянието от кладенеца до къщата е  $60\sqrt{3} = \sqrt{10800}$ .

Дължината на тръбата е  $100 = \sqrt{10000}$ .

$$\sqrt{10800} > \sqrt{10000}$$

Тъй като  $60\sqrt{3} > 100$ , следователно дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата.

В) Означаваме дължината на допълнителната греда в точка  $C$  с  $x$ , а дължината на гредата в точката  $D$  – с  $y$ .

По условие разстоянията между гредите са равни. Следователно  $AC = CD = DB$ .

Гредата в точката  $C$  се явява средна отсечка в правоъгълния трапец  $ADNQ$ .

Тогава дължината  $x$  на гредата в точка  $C$  е:

$$x = \frac{4,25 + y}{2} \Rightarrow y = 2x - 4,25 \quad (1).$$

От друга страна дължината на гредата в точката  $D$  е средна отсечка в правоъгълния трапец  $CBPM$ .

Следователно дължината на гредата в точката  $D$  е:

$$y = \frac{x + 2}{2} \quad (2)$$

$$\text{От (1) и (2)} \Rightarrow 2x - 4,25 = \frac{x + 2}{2}$$

$$4x - 8,5 = x + 2$$

$$3x = 10,5$$

$$x = 3,5 \text{ m}$$

Следователно дължината на гредата в точката  $C$  е 3,5 m.

Заместваме намерената стойност за  $x$  в (2):

$$y = 2x - 4,25 \Rightarrow y = 2 \cdot 3,5 - 4,25 = 7 - 4,25 = 2,75 \text{ m}$$

Следователно дължината на гредата в точката  $D$  е 2,75 m.

**Извод:** Дължините на допълнителните греди в точките  $C$  и  $D$  са съответно 3,5 m и 2,75 m.

