

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 13.12.2008г.

12 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат.

Задачите се оценяват с по 2 точки:

1 зад. Решенията на неравенството $\frac{3-2x}{3x-2} \geq 2$ са от интервала:

- а) $\left[\frac{2}{3}; \frac{7}{8}\right]$ б) $\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{8}\right)$ в) $\left[\frac{7}{8}; +\infty\right)$ г) $\left(-\infty; \frac{7}{8}\right]$

2 зад. Числената стойност на израза $\frac{2}{2-x} + \frac{2}{2-y}$ за $x = 3 + \sqrt{2}$ и $y = 3 - \sqrt{2}$ е равна на:

- а) -8 б) -4 в) 4 г) друг отговор

3 зад. Решенията на уравнението $\sqrt{3x-5} - \sqrt{4-x} = 1$ са:

- а) 3 б) $3; 1\frac{3}{4}$ в) $\frac{7}{4}$ г) друг отговор

4 зад. Корените на уравнението $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} - 0,2 = 0$ са:

- а) 2; 4 б) 1; 2 в) $\frac{\lg 3}{\lg 5}$ г) друг отговор

5 зад. За системата
$$\begin{cases} \frac{4}{x+3} + \frac{3}{y+1} = 3 \\ \frac{1}{x+3} - \frac{5}{y+1} = -\frac{7}{6} \end{cases}$$
 стойността на xy е:

- а) 2 б) -2 в) $\frac{1}{6}$ г) друг отговор

6 зад. Корените на уравнението $\lg(x^2 - 6x + 7) - \lg(x - 3) = 0$ са:

- а) 5; 2 б) 2 в) 5 г) друг отговор

7 зад. Ако в правоъгълния триъгълник хипотенузата е с 4 cm по-голяма от единия катет, а другия катет е с 2 cm по-малък от хипотенузата, то дължината на по-големия катет е равна на:

- а) 10 cm б) 6 cm в) 8 cm г) друг отговор

8 зад. Ако сборът от лицата на два външно допиращи се кръга е $90\pi \text{ cm}^2$, а разстоянието между центровете им е 12 cm, то диаметрите на тези кръгове са равни на:

- а) 18 cm и 6 cm б) 9 cm и 3 cm в) 10 cm и 14 cm г) друг отговор

9 зад. Ако x_1, x_2 са корени на уравнението $x^2 - 3x + a = 0$, y_1, y_2 са корени на уравнението $y^2 - 12y + b = 0$, (a, b - параметри) и x_1, x_2, y_1, y_2 образуват растяща геометрична прогресия, то a и b са равни на:

- а) -288; 4608 б) 2; 32 в) 1; 16 г) друг отговор

10 зад. Ако две страни на един триъгълник са равни съответно на 35 cm и 14 cm, а ъглополовящата на ъгъла между тях е $\sqrt{330}$ cm, то третата страна е равна на

- а) 28 cm б) 14 cm в) 35 cm г) друг отговор

11 зад. Броят на трицифрените числа с различни цифри, които могат да се образуват от цифрите 1, 2, 5, 6, 7, 8 е равен на:

- а) 80 б) 100 в) 120 г) друг отговор

12 зад. Ако малката основа и височината на равнобедрен трапец имат дължина $\sqrt{3}$ cm, а острите ъгли на трапеца са по 60° , то периметърът на трапеца е равен на:

- а) 2 cm б) 3 cm в) $\sqrt{3}$ cm г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.

Задачите се оценяват с по 3 точки:

1 зад. Да се намерят корените на уравнението $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$ за $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Отговор:.....

2 зад. Във вътрешността на ъгъл с мярка 60° е взета точка, която се намира на разстояния $\sqrt{7}$ cm и $2\sqrt{7}$ cm от раменете на ъгъла. Намерете разстоянието от точката до върха на ъгъла.

Отговор:.....

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише решението.

Задачите се оценяват с по 10 точки:

1 зад. Да се реши уравнението $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10$.

2 зад. Нека x_1, x_2 са корени на уравнението $x^2 + (p+1)x + \frac{1}{2} = 0$, където p е цяло число и $x_1^2 + x_2^2 = k$.

Да се намерят всички стойности на параметъра p , за които корените на уравнението $x^2 + 2x + k = 0$ са цели числа.

3 зад. Ако диагоналите на трапец имат дължини съответно 3 cm и 5 cm, а отсечката, съединяваща средите на двете му основи има дължина 2 cm, намерете лицето на трапеца..