



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО,
МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ – ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ – 25 април 2010 г.

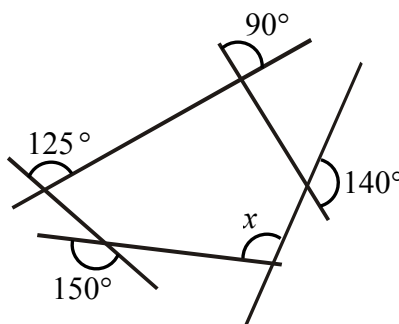
Задачите с номера от 1 до 15 включително се оценяват с по 1 точка:

1. Кой от посочените изрази е с най-голяма стойност?

- А) -3.8^{-2} Б) $(-8)^5$ В) -8^2 Г) $(-3)^2 - (-3)^3$

2. Намерете градусната мярка на ъгъл x от чертежа.

- А) 35° Б) 75°
В) 105° Г) 135°



3. Вярно е, че уравнението $3x - 5 = 3x - 6$

- А) има точно едно решение Б) има точно две решения
В) няма решение Г) има безброй много решения

4. В правилна четириъгълна пирамида всички ръбове са с равни дължини и сборът им е 160 см. Намерете лицето на основата на пирамидата в квадратни сантиметри.

- А) 20 Б) 200 В) 400 Г) 80

5. Сборът на две числа е -10 , а произведението им е 0. По-голямото от двете числа е:

- А) -10 Б) 0 В) 10 Г) не може да се прецени

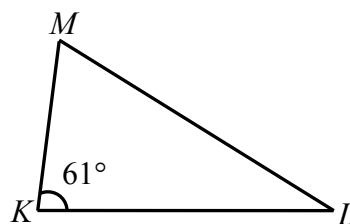
6. От четири опита при стрелба с лък Кирчо постигнал средно аритметичен резултат 7,75 точки. Колко точки трябва да постигне той при петия си опит, за да се получи средно аритметичен резултат 8 точки от петте опита?

7. Решенията на неравенството $2(x - 5) \geq 3(4x - 1)$ са:

- А) $x \geq -0,7$ Б) $x \geq 0,7$ В) $x \leq 0,7$ Г) $x \leq -0,7$

8. В $\triangle KLM$ ъгълът при върха K е равен на 61° . Ако $KL > KM$, при кой от върховете на триъгълника ъгълът е най-малък?

- А) K Б) L В) M
 Г) не може да се определи



9. Намерете разстоянието между две бензиностанции, ако разстоянието между тях върху карта с мащаб $1 : 25\,000$ е 5 см .

- А) 5 км Б) $12,5\text{ км}$ В) 50 км Г) $1,25\text{ км}$

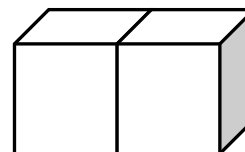
10. Един тракторист изорал $\frac{1}{5}$ от една нива, а друг тракторист изорал $\frac{1}{10}$ от същата нива. Колко процента от нивата са останали неизорани?

- А) 30% Б) 50% В) 70% Г) 90%

11. Отношението на два съседни ъгъла е $7 : 5$. Разликата на тези ъгли е:

- А) 30° Б) 75° В) 105° Г) 60°

12. Да се намери обемът в кубически сантиметри на правоъгълен паралелепипед с пълна повърхнина 360 кв. см , ако паралелепипедът е получен от два еднаква куба, както е показано на чертежа.

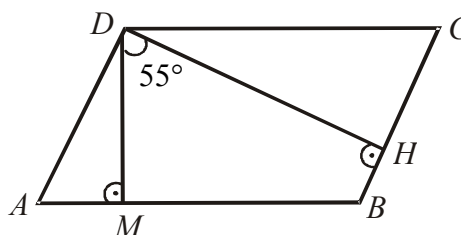


13. За произведението на четири последователни естествени числа **НЕ** винаги е вярно, че се дели на:

- А) 5 Б) 6 В) 8 Г) 12

14. Ъгълът между височините DM ($M \in AB$) и DH ($H \in BC$) в успоредника $ABCD$ е равен на 55° . Намерете острия ъгъл на успоредника.

- А) 35° Б) 55° В) 125° Г) 45°

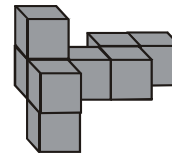


15. Скоростта на катер в спокойно езеро е 16 км/ч . В езерото се влива река със скорост $3,5\text{ км/ч}$. Колко километра ще измине катерът за 2 часа и 12 минути , ако тръгне по реката от мястото на нейното вливане?

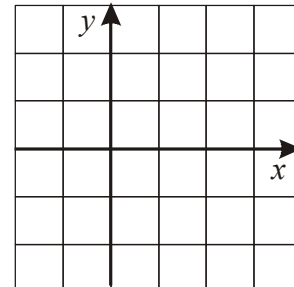
- А) $7,7\text{ км}$ Б) $42,9\text{ км}$ В) $26,5\text{ км}$ Г) $27,5\text{ км}$

Задачите с номера от 16 до 35 включително се оценяват с по 2 точки:

16. Колко кубчета най-малко трябва да се добавят в показаната конструкция от 8 кубчета, за да се получи правоъгълен паралелепипед?



17. В правоъгълна координатна система са дадени точките $A(3; -1)$, $B(-1; -1)$ и $C(-1; 1)$. Коя от точките $M(1; 1)$, $N(3; 1)$ и $P(1; 0)$ лежи върху ъглополовящата на $\angle ABC$?



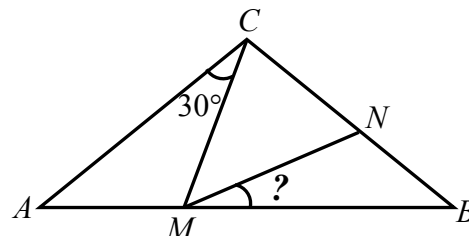
- А) M Б) N
 В) P Г) никоя от посочените

18. Учителката по математика задава по един пример от таблицата за умножение на Ангел, Бисер, Виктор, Генчо и Данчо в този ред. И петимата отговорили правилно, като отговорът на всеки следващ ученик се оказал с 50% по-голям от отговора на предишния. Намерете най-големия прост делител на двата множителя в примера на Генчо.

19. За коя стойност на параметъра a уравнението $(a+8)x - 3a = 3a(1-x) - 6$ има безброй много решения?

- А) 0 Б) 1 В) -2 Г) няма такава стойност

20. Върху страните AB и BC на равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) са взети съответно точки M и N така, че $\angle ACM = 30^\circ$ и $CN = CM$. Да се намери градусната мярка на $\angle BMN$.

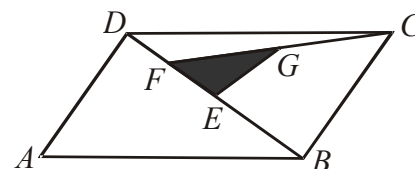


- А) 10° Б) 15° В) 20° Г) 30°

21. Ангел, Боян и Валентин се занимават с различни видове спорт: шах, баскетбол и футбол. Те учат в различни класове: пети, шести и седми. В кой клас учи този от тях, който се занимава с футбол, ако: Ангел и Боян не учат в пети клас, Боян и Валентин не се занимават с шах, а този, който се занимава с баскетбол, не учи в пети клас?

- А) пети Б) шести В) седми Г) не може да се определи

22. Каква част от успоредника $ABCD$ е затъмнена, ако точките E , F и G са средите съответно на отсечките BD , ED и FC ?



- А) $\frac{1}{16}$ Б) $\frac{1}{8}$ В) $\frac{1}{4}$ Г) $\frac{3}{8}$

23. Ако $800a = 400b$, кое от посочените неравенства е винаги вярно?

- А) $a^3 \geq b^3$ Б) $a^3 \leq b^3$ В) $a^4 \geq b^4$ Г) $a^4 \leq b^4$

24. Колко са точките в равнината, зададени спрямо правоъгълна координатна система, за които сборът от координатите е равен на произведението им, както и на отношението на абсцисата и ординатата? Координатните оси се изключват от разглежданията.

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) повече от 3

25. Ако a , b и c са три различни числа, да положим:

$$A = (2010 - a)(2010 - b) + (2010 - c)(2010 - a) + (2010 - b)(2010 - c),$$

$$B = \left(2010 - \frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(2010 - \frac{b+c}{2}\right)^2 + \left(2010 - \frac{c+a}{2}\right)^2 \quad \text{и} \quad C = 3\left(2010 - \frac{a+b+c}{3}\right)^2.$$

Посочете вярната зависимост между A , B и C .

- А) $C = \frac{1}{3}A + \frac{2}{3}B$ Б) $C = \frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B$ В) $C = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ Г) $C = \frac{1}{4}A + \frac{3}{4}B$

26. Двама приятели провеждат следния разговор:

Асен: Сборът от годините на трите ми дъщери е равен на номера на къщата отсреща, а произведението от годините им е равно на 72.

Борис: Виждам номера, но не мога да намеря годините на дъщерите ти.

Асен: Как да не можеш! Днес е рожденият ден на най-голямата ми дъщеря.

Борис: Вече знам на колко години е голямата ти дъщеря.

На колко години е голямата дъщеря на Асен, ако годините на трите дъщери са цели числа?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 9

27. Даден е $\triangle ABC$, в който $\angle BAC = 42^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$ и $AB = 8$ см. Точката M е средата на отсечката AB , а точката N върху правата AC е такава, че C е между A и N , като $CN = 4$ см. Намерете градусната мярка на $\angle MNC$.

28. Да се намери най-малкото число x , за което $x = a + b + c = d + e + f$, където a , b , c , d , e и f са различни помежду си цели положителни числа.

- А) 10 Б) 11 В) 12 Г) 13

29. Стойността на израза $\frac{2010^3 - 1}{2010^2 + 2011}$ е равна на:

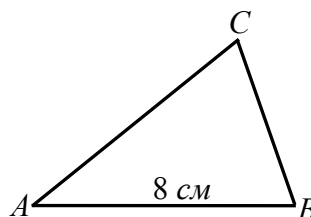
- А) $\frac{2009}{2010}$ Б) 2009 В) 2010 Г) $1 - \frac{1}{2010}$

30. Намерете последната цифра на разликата $A - B$, където $A = 1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5$ и $B = 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9 + 10^{10}$.

- А) 9 Б) 1 В) 5 Г) 0

31. Даден е $\triangle ABC$, за който $\angle ABC = \angle ACB - \angle BAC$, $AB = 8$ см и $S_{ABC} = 8$ см². Да се намери мярката на $\angle ABC$, ако $\angle ABC > \angle BAC$.

- А) 75° Б) 60° В) 50° Г) 45°



32. Намерете броя на различните прости делители на израза $5^{2010} + 5^{2011} + 5^{2012}$.

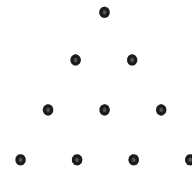
33. Колко цели числа са решения на точно три от неравенствата

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-2}{12} > 1; \quad \frac{2x-1}{3} - \frac{5x-2}{12} > 2, \quad \frac{2x-1}{3} - \frac{5x-2}{12} > 3 \text{ и } \frac{2x-1}{3} - \frac{5x-2}{12} > 4?$$

А) 1 Б) 3 В) 4 Г) безброй много

34. Пребройте ромбовете с върхове измежду дадените точки.

А) 6 Б) 8 В) 9 Г) 10



35. Ако a и b са цели числа, за които $|a| < 3$ и $2 < |b| < 6$, най-голямата стойност на израза $2a - b$ е:

А) 4 Б) 6 В) 9 Г) 11

Задачите с номера от 36 до 50 включително се оценяват с по 3 точки:

36. Решението на уравнението $(ax+1)(a+x-2ax+3) - a(x-1)(x+1) = 0$ за стойностите на параметъра a , при които уравнението е от първа степен, е:

А) няма решение Б) 0 В) -1 Г) -3

37. Дадени са две сплави на злато и сребро. В първата сплав златото е $a\%$, а във втората е $b\%$, като a и b са различни естествени числа, по-малки от 100. Като са използвани a грама от първата сплав и b грама от втората сплав, е получена трета сплав. Като са използвани b грама от първата сплав и a грама от втората сплав, е получена четвърта сплав. Вярно е, че:

А) процентното съдържание на злато в третата сплав е по-голямо, отколкото в четвъртата;

Б) процентното съдържание на злато в четвъртата сплав е по-голямо, отколкото в третата;

В) процентното съдържание на злато в третата и четвъртата сплави е едно и също;

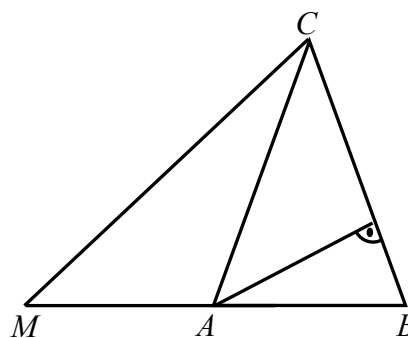
Г) от даденото не може да се определи в коя от сплавите (третата или четвъртата) процентното съдържание на злато е по-голямо.

38. Естествените числа p , q и $r = p^3 + p^2q - 2q^3$ са прости. Намерете числото r .

39. Трим души разпределили помежду си наличните няколко плода с различни тегла така, че всички получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Към тримата се присъединили още двама и се наложило ново разпределение, при което всички отново получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Колко броя най-малко са били наличните плодове?

А) 8 Б) 9 В) 10 Г) повече от 10

40. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$). Върху правата AB е взета точката M така, че A е между B и M и $BM = BC$. Разстоянието от точката A до правата BC е два пъти по-малко от дължината на отсечката CM . Да се намери градусната мярка на най-малкия от ъглите на $\triangle ABC$.



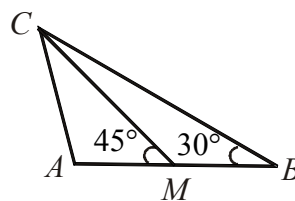
41. Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена, като реализирал 8% печалба. Колко процента е била първоначално планираната печалба?

- А) 16% Б) 18% В) 20% Г) 22%

42. Да се намери най-голямата цяла стойност на израза $|5x - 3| - |x - 2| - |5x|$, когато x е решение на неравенството $(x - 1)^2 \leq -(x + 2)^2 + 2(x^2 + 2)$.

- А) 0 Б) 3 В) 9 Г) 12

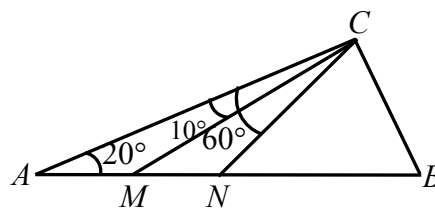
43. Даден е $\triangle ABC$. Ако M е средата на страната AB , $\angle AMC = 45^\circ$ и $\angle ABC = 30^\circ$, да се намери градусната мярка на $\angle BAC$.



44. Една игра започва с дадено естествено число и в нея участват двама души, които редуват ходовете си. На всеки ход играещият намалява числото с някой от неговите делители (единицата също е делител). Губи този, след чийто ход се получава нула. Кое е най-голямото число в интервала $[1; 49]$, с което може да започне играта и ще е сигурно, че първият играч ще спечели при правилна стратегия?

- А) 49 Б) 48 В) 47 Г) 46

45. Върху хипотенузата $AB = 12$ см на правоъгълния триъгълник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) са взети точките M и N така, че $\angle ACM = 10^\circ$ и $\angle ACN = 60^\circ$. Ако $\angle BAC = 20^\circ$, намерете дължината в сантиметри на отсечката MN .



- А) 9 Б) 6 В) 4 Г) 3

46. Най-малката възможна стойност на израза $5x^2 + 20x - 4xy + 4y^2$ е:

- А) 25 Б) 0 В) -35 Г) -25

47. Да се намери най-големият прост делител на сумата от различните прости делители на израза $2010^4 + 2009 \cdot 2010^2 - 2010$.

- А) 17 Б) 43 В) 89 Г) 101

48. За кое от посочените естествени числа a съществува естествено число n така, че изразът $(n+1)^2(n+a)$ е точен куб на естествено число?

А) $a = 2$

Б) $a = 7$

В) $a = 8$

Г) $a = 15$

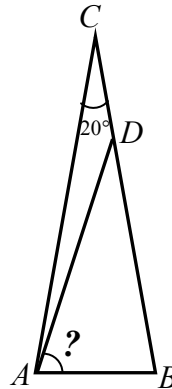
49. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) с $\angle ACB = 20^\circ$. Ако D е точка върху бедрото BC така, че $CD = AB$, да се намери градусната мярка на $\angle BAD$.

А) 50°

Б) 60°

В) 70°

Г) 80°



50. Във футболен турнир участвали 15 отбора и всеки отбор играл с останалите точно по веднъж. След завършване на турнира се оказало, че за всеки три отбора има поне два, които в мачовете между тези три са събрали един и същ брой точки. Намерете възможно най-малкия брой равни мачове в турнира, ако при победа се присъждат 3 точки, при загуба – 0 точки, а при равен мач – по 1 точка на двата противника.