МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ
ПО МАТЕМАТИКА – VII клас, 16 юни 2023 г.

Ключ с верните отговори – **Вариант 2**

№ на задача	**Отговор**	**Брой точки**
1	Г	2
2	Б	2
3	Б	3
4	А	2
5	Г	3
6	В	3
7	Б	3
8	А	3
9	Б	3
10	Г	3
11	В	2
12	В	3
13	В	3
14	Г	3
15	В	3
16	Б	3
17	А	3
18	Б	3
19	**Общ брой точки:**	**7 точки, от които:**
19 А)	3 минути или 3	**4 точки**
19 Б)	10 минути или 10	**3 точки**
20	**Общ брой точки:**	**8 точки, от които:**
20 А)	$M(-1;5),\ N(1;1),\ P(5;4)$	**3 точки**
20 Б)	$Q(-1;-1)$	**1 точка**
20 В)	$S_{\Delta MNP} = 11\ \text{cm}^2$	**4 точки**

21	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
21 А)	$P=(x-6)(x+9)$ $x_1=6,\ x_2=-9$	**6 точки, от които:** **4 точки** **2 точки**
21 Б)	$x_1=3,\ x_2=9$	**2 точки**
21 В)	$x\in[-4;+\infty)$ За извода, че числата 3, 6 и 9 са решения на неравенството.	**4 точки, от които:** **3 точки** **1 точка**
22	**Общ брой точки:**	**11 точки, от които:**
22 А)	Броят на работниците в първата бригада е 8, а на работниците във втората бригада е 6.	**5 точки**
22 Б)	Първата бригада е работила 5 дни, а втората бригада – 4 дни.	**6 точки**
23	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
23 А)	$\sphericalangle CAB=\sphericalangle ABC=40^\circ,\ \sphericalangle ACB=100^\circ$	**3 точки**
23 Б)	За доказване, че $PBQL$ е ромб	**3 точки**
23 В)	За доказателство, че $AL=BQ$	**2 точки**
23 Г)	За доказателство, че $AP>PQ$	**4 точки**

Предложените решения на задачи с номера 21. до 23. са примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява с максимален брой точки. При оценяване на непълно решение, различно от предложените, се присъждат точки според получените междинни резултати.

Задача 21. *Примерно решение:*

А) $P=x^2+3x-54$

$P=x^2-6x+9x-6.9$

$P=x(x-6)+9(x-6)=(x-6)(x+9)$

$(x-6)(x+9)=0$

$x-6=0$ или $x+9=0$

$x_1=6$ $\qquad$ $x_2=-9$

Б) $|6-x|-3=0$

$|6-x|=3$

$6-x=3$ или $6-x=-3$

$x_1=3$ $\qquad$ $x_2=9$

В) $\dfrac{(3x-1)^2}{3}\le 3x^2+8\dfrac{1}{3}$ $|.3$

$9x^2-6x+1\le 9x^2+25$

$-6x\le 24$

$x\ge -4$, $x\in[-4;+\infty)$

Извод: Числата 3, 6 и 9 са решения на неравенството.

Задача 22. *Примерно решение*:

А) Брой на работниците в първата бригада: x, където x е естествено число.

Брой боядисани стаи за един ден от първата бригада: $2x$.

Брой на работниците във втората бригада: $(x-2)$, $x>2$.

Брой боядисани стаи за един ден от втората бригада: $3(x-2)$.

$3(x-2)=2x+2$

$3x-6=2x+2$

$3x-2x=2+6$

$x=8$

Броят на работниците в първата бригада е 8, а на работниците във втората бригада е 6.

Б) Броят на работниците в първата бригада е 8.

Броят на работниците във втората бригада е 6 + 4 = 10.

Производителността на първата бригада е 8.2 = 16 стаи на ден.

Производителността на втората бригада е 10.3 = 30 стаи на ден.

	производителност (стаи на ден)	**време** (дни)	**работа** (брой стаи)
първа бригада	16	$(x+1)$	$16.(x+1)$
втора бригада	30	x	$30x$

$16.(x+1)+30x=200$

$16x+16+30x=200$

$46x=200-16$

$46x=184$

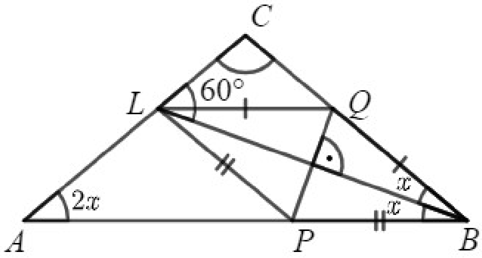
$x=4$

Втората бригада е работила 4 дни. Първата бригада е работила $x+1=4+1=5$ дни.

Задача 23. *Примерно решение*:

А) Нека $\sphericalangle CBL = \sphericalangle LBA = x$ (BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$).

Тогава $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC = 2x$.



$\sphericalangle CLB = 60°$ (външен ъгъл за ΔABL)

$\sphericalangle BAL + \sphericalangle ABL = \sphericalangle CLB$

$2x + x = 60°$

$3x = 60°$

$x = 20°$

Тогава $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC = 40°$. Следователно $\sphericalangle ACB = 180° - 2\sphericalangle CAB = 180° - 2.40° = 100°$.

Б) Правата $PQ \perp BL$ $\left(P \in AB,\ Q \in BC\right)$ е симетрала на BL.

Следователно $BP = LP,\ LQ = BQ$.

За ΔLBP $\sphericalangle LPA = 2x$ (външен ъгъл). Следователно $LP \parallel BQ$.

$\sphericalangle CQL = 2x$ (външен ъгъл за ΔLBQ). Следователно $LQ \parallel BP$.

Следователно $PBQL$ е успоредник. Диагоналите на успоредника $PBQL$ са перпендикулярни.

Следователно $PBQL$ е ромб и $QB = BP = PL = LQ$.

В) ΔAPL е равнобедрен. Следователно $AL = LP,$ а $LP = BQ.$ Следователно $AL = BQ.$

Г) ΔAPL е равнобедрен. Следователно $\sphericalangle PAL = \sphericalangle APL = 40°.$

Тогава $\sphericalangle ALP = 180° - 2\sphericalangle APL = 180° - 80° = 100°.$

От $\sphericalangle ALP > \sphericalangle PAL$ следва, че $AP > PL$. Но $PL = BP$, следователно $AP > BP$ (1).

ΔPBQ е равнобедрен. Следователно $\sphericalangle BPQ = \sphericalangle BQP = \dfrac{180° - \sphericalangle PBQ}{2} = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$.

От $\sphericalangle BQP > \sphericalangle PBQ$ следва, че $BP > PQ$ (2).

От (1) и (2) следва, че $AP > PQ$.