МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 12 юни 2024 година

Ключ с верните отговори

№ на задача	**Отговор**	**Брой точки**
1	Б	4
2	Б	4
3	В	4
4	Г	4
5	В	4
6	Б	4
7	Г	4
8	В	4
9	Г	4
10	Б	4
11	А	4
12	В	4
13	Б	4
14	Г	4
15	А	4
16	Конструкторът се състои от 1025 части.	**20 точки**
17 А)	$P_{\Delta ACE}=9\text{ cm},\quad S_{\Delta ACE}=\frac{9}{4}\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**7 точки**
17 Б)	$AB=7\text{ cm}$, $S_{\Delta ABC}=6\sqrt{3}\text{ cm}^2$, $R=\frac{7\sqrt{3}}{3}$ cm	**8 точки**
17 В)	$tg\beta=\frac{3\sqrt{3}}{13}$	**5 точки**

Предложените решения на задачи с номера 16. и 17. са примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява с максимален брой точки. При оценяване на непълно решение, различно от предложените, се присъждат точки според получените междинни резултати.

Задача 16. *Примерно решение*:

Това е аритметична прогресия, за която $a_{12} = S_4$ и $a_{16} = 50$.

$$\left| \begin{array}{l} a_{12} = S_4 \\ a_{16} = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 + 11d = \dfrac{2a_1 + 3d}{2}.4 \\ a_1 + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 + 11d = \left(2a_1 + 3d\right).2 \\ a_1 + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 + 11d = 4a_1 + 6d \\ a_1 + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 3a_1 = 5d \\ a_1 + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 = \dfrac{5d}{3} \\ a_1 + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 = \dfrac{5d}{3} \\ \dfrac{5d}{3} + 15d = 50 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 = \dfrac{5d}{3} \\ 5d + 45d = 150 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 = \dfrac{5d}{3} \\ 50d = 150 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_1 = 5 \\ d = 3 \end{array} \right.$$

$$S_{25} = \frac{2a_1 + 24d}{2}.25 = \left(a_1 + 12d\right).25 = \left(5 + 12.3\right).25 = 41.25 = 1025$$

Конструкторът се състои от 1025 части.

Задача 17. *Примерно решение*:

А) $AC = CE,\ \sphericalangle ACB = 60^\circ.$ Следователно ΔACE е равностранен.

$P_{\Delta ACE} = 3.3 = 9\ \text{cm}$.

$S_{\Delta ACE} = \dfrac{CE.AP}{2}$, където AP е височина в равностранния ΔACE.

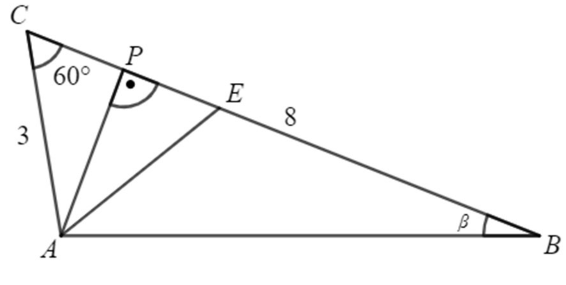
Прилагаме питагорова теорема за ΔAPC: $AP^2 = AC^2 - CP^2$, където $CP = \dfrac{CE}{2} = \dfrac{3}{2}\text{cm}$.

$AP^2 = 3^2 - \left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

$AP^2 = 9 - \dfrac{9}{4}$

$AP^2 = \dfrac{27}{4}$

$AP = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}$



$S_{\Delta ACE} = \dfrac{3.3\sqrt{3}}{4} = \dfrac{9}{4}\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

Б) Прилагаме косинусова теорема за ΔABC: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AC.BC.\cos 60°$.

$AB^2 = 64 + 9 - 2.8.3.\cos 60°$

$AB^2 = 73 - 24$

$AB^2 = 49$

$AB = 7\,\text{cm}$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC.BC\sin 60°}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3.8}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$$

$$R = \frac{AB}{2\sin 60°}$$

$$R = \frac{AB}{2\sin 60°} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}$$

В) ***I начин:*** AP е височина към BC и $AP = \frac{\sqrt{3}}{2}.AC = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.

Намираме $BP = BE + EP = 5 + 1{,}5 = 6{,}5\,\text{cm}$. Намираме $tg\beta = \frac{AP}{BP} = \frac{3\frac{\sqrt{3}}{2}}{6{,}5} = \frac{3\sqrt{3}}{13}$.

II начин: Намираме $\cos\beta = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{7^2 + 8^2 - 3^2}{2.7.8} = \frac{104}{2.7.8} = \frac{13}{14}$.

Намираме $\sin\beta = \sqrt{1 - \cos^2\beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{13}{14}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{14}$, $\text{tg}\,\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{3\sqrt{3}}{13}$.